

1 Considere o seguinte problema:

Um saco contém doze bolas indistinguíveis ao tacto: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se, do saco, três bolas ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser igual a cinco?

Uma resposta correcta para este problema é:

$$\frac{{}^3C_2 \times 4 + {}^5C_2 \times 3}{{}^{12}C_3}$$

Numa pequena composição, com cerca de 10 linhas, explique esta resposta.

Nota:

Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- Referência à regra de Laplace;
- Explicação do número de casos possíveis;
- Explicação do número de casos favoráveis.

(Exame 2F - 2004)

2 Três casais, Os Nunes, os Martins e os Santos, vão ao cinema.

- a) Ficou decidido que uma mulher, escolhida ao acaso entre as três mulheres, paga três bilhetes, e que um homem, escolhido igualmente ao acaso de entre os três homens, paga outros três bilhetes.

Qual é a probabilidade de u casal Nunes pagar os seis bilhetes? Apresente o resultado na forma de fracção. (1/9)

- b) Considere o seguinte problema:

Depois de terem comprado os bilhetes, todos para a mesma fila e em lugares consecutivos, as seis pessoas distribuem-nos ao acaso entre si. Supondo que cada pessoa se senta no lugar correspondente ao bilhete que lhe saiu, qual é a probabilidade de os membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio?

Numa pequena composição, com cerca de 15 linhas explique por que razão $\frac{2^4}{6!}$ é uma resposta

correcta a este problema.

Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- Referência à Regra de Laplace;
- Explicação do número de casos possíveis;
- Explicação do número de casos favoráveis.

(Exame 1F-2C 2001)

3 Considere todos os números de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9.

- a) Escolhe-se, ao acaso, um desses números.

- a1) Determine a probabilidade de o número escolhido ter exactamente dois algarismos iguais a 1.

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades. (6%)

- a2) Determine a probabilidade de o número escolhido ter os algarismos todos diferentes e ser maior do que 9 800. Apresente o resultado na forma de dízima, com três casas decimais. 0,006

ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADES - 2
Composições

b) Considere o seguinte problema:

"De todos os números de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9, alguns deles cumprem as três condições seguintes:

- *começam por 9;*
- *têm os algarismos todos diferentes;*
- *a soma dos quatro algarismos é par.*

Quantos são esses números?"

Uma resposta correcta a este problema é $3 \times 4 \times {}^4A_2 + {}^4A_3$.

Numa pequena composição, com cerca de vinte linhas, explique porquê.

(Exame 1F-2C 2002)

4 Considere o seguinte problema:

Vinte e cinco jovens (doze rapazes e treze raparigas) pretendem ir ao cinema. Chegadas lá, verificam que existem apenas vinte bilhetes (para duas filas com dez lugares consecutivos em cada uma delas). Comprados os vinte bilhetes, distribuem-nos ao acaso. Como é evidente, cinco jovens irão ficar sem bilhete.

Qual é a probabilidade de uma das filas ficar ocupada só com rapazes e a outra só com raparigas?

Uma resposta correcta para este problema é:

$$\frac{{}^{12}C_{10} \times {}^{13}C_{10} \times 2 \times 10! \times 10!}{{}^{25}C_{20} \times 20!}$$

Numa pequena composição, com cerca de 20 linhas, explique esta resposta.

Nota:

Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- Referência à regra de Laplace;
- Explicação do número de casos possíveis;
- Explicação do número de casos favoráveis.

(Exame 1F-2C 2003)

5 Suponha que o dono de um casino lhe faz uma proposta, no sentido de inventar um jogo, para ser jogado por dois jogadores. Em cada jogada, é lançado um par de dados, numerados de 1 a 6, e observa-se a soma dos números saídos.

O dono do casino coloca algumas restrições:

- o jogo terá de ser justo, isto é, ambos os jogadores deverão ter igual probabilidade de ganhar;
- para que o jogo seja mais emotivo, deverão ocorrer situações e, que ninguém ganha, transitando o valor do prémio para a jogada seguinte;
- uma vez que o casino terá de ganhar algum dinheiro, deverá ocorrer uma situação (embora com probabilidade mais pequena do que a probabilidade de cada um dos jogadores ganhar) em que o prémio reverta a favor do casino.

Numa curta composição, com cerca de dez linhas, apresente, ao dono do casino, uma proposta de um jogo que obedeça a tais condições.

Deverá fundamentar a sua proposta indicando, na forma de percentagem, a probabilidade de, em cada jogada:

- cada um dos jogadores ganhar;
- o casino ganhar.

Sugestão: Comece por elaborar uma tabela onde figurem as somas possíveis (no lançamento de dois dados).